

LA MATEMÁTICA DE LOS SISTEMAS BIOLÓGICOS

1 materia (120 horas)

Cuatrimestre de agosto a diciembre de 2011

Docentes a cargo: Marcelo Kuperman y Guillermo Abramson

DINÁMICA DE POBLACIONES

- 1.1 Modelos deterministas de crecimiento. Crecimiento exponencial (Malthus). Crecimiento limitado (Verhulst). Ecuación logística (análisis, solución analítica, estabilidad). Modelos generales con más equilibrios. Modelos con *delay*. Ecuación logística con delay en la saturación (análisis lineal de la aparición de oscilaciones).
- 1.2 Mapeo logístico (fenomenología de las bifurcaciones, períodos- p , caos, crisis, etc.). Crecimiento de organismos. Modelos deterministas de especies interactuantes. Modelo de Lotka-Volterra y modelos más realistas. Bifurcaciones de Hopf, ciclos límite.
- 1.3 Bifurcaciones de Hopf sencillas y en modelos de depredación (ejemplos). Modelos de competencia: coexistencia y exclusión competitiva en modelos tipo Lotka-Volterra. Modelos de metapoblaciones tipo Levins. Biodiversidad y coexistencia en sistemas competitivos jerarquizados. Destrucción del hábitat y extinciones (Tilman).
- 1.4 Estabilidad de sistemas grandes. Competencia cíclica: el caso de la Uta Stansburiana (modelo tipo LV, con un ciclo heteroclino). Ecuación de Fisher: sistemas de reacción-difusión, ondas viajeras, velocidades permitidas, solución perturbativa.
- 1.5 Modelos basados en individuos. Formalismo tipo reacciones químicas. Ejemplo: una población con recursos limitados. Elementos de procesos estocásticos (probabilidades de transición, ecuación maestra, procesos de un paso, operadores de paso). Desarrollo de van Kampen. Análisis de un caso: sistema con competencia directa (nacimientos más un recurso) y muerte: ecuación maestra, desarrollo de van Kampen, aproximación de ruido lineal, soluciones de las ecuaciones macroscópicas y de las ecuaciones de los momentos, fluctuaciones en el estado estacionario. Generalizaciones: más especies, extensión espacial.

2 EXPRESIÓN GENÉTICA

- 2.1 Mecanismos de expresión genética. Expresión no regulada (transcripción y traducción) Ecuaciones básicas y magnitudes. Represión y activación. Autorrepresión y *toggle-switch*: análisis cualitativo. El origen del ruido. Formulación estocástica: solución de la expresión no regulada. Bursting en la expresión regulada de un solo gen.
- 2.2 Redes de Kauffman: modelos de redes de regulación genética, redes booleanas, modelo de Derrida.

3 TEORÍA DE JUEGOS

- 3.1 Introducción y dos ejemplos básicos: póker simplificado y *chicken*.

- 3.2 Juegos evolutivos: chillones y satélites, halcones y palomas. Equilibrios de Nash y estrategias evolutivas estables. Formalización de los juegos finitos de forma normal.
- 3.3 Dinámica del replicador. Motivación, formulación y ejemplos (halcones y palomas, dilema del prisionero).
- 3.4 Dinámica de adaptación. Estrategias estocásticas para el Dilema del Prisionero Repetido. Invasión de estrategias más o menos cooperativas.

4 EPIDEMIOLOGÍA

- 4.1 Modelos SIS y SIR. Modelos basados en ecuaciones diferenciales y en autómatas celulares. Modelos SIRS. Ondas epidémicas. Inmunización. Umbrales. La Peste Negra (historia). Propagación difusiva, ondas epidémicas.
- 4.2 Redes complejas. Conceptos fundamentales y caracterización. Redes de Erdős-Renyi, Strogatz-Watts, Barabási-Albert. Fenómeno de *small-world*, "clusterización", distribución de grado. Epidemias en redes complejas. Modelo SIRS: aparición de oscilaciones en función del desorden. Modelo SIS en redes libres de escala: desaparición del umbral epidémico.

5 OSCILADORES BIOLÓGICOS Y SWITCHES

- 5.1 Introducción y relevancia del problema. Repaso de teoría de bifurcaciones. Bifurcaciones de Hopf, ciclos límite. Bifurcaciones de ciclos. Osciladores de relajación.
- 5.2 Osciladores químicos. Prototipos y análisis. Reacción de Belousov-Zhabotinskii.
- 5.3 Osciladores perturbados y acoplados. Osciladores de fase. Dos osciladores acoplados, sincronización total, *phase locking*. Acoplamiento global de osciladores idénticos. *Clustering*. Ensembles heterogéneos, efecto del ruido.

6 FORMACIÓN DE ESTRUCTURAS ESPACIO-TEMPORALES

- 6.1 Sistemas espacialmente extendidos, sistemas de reacción difusión. Ecuación de Fisher y procesos de invasión. Bifurcaciones de Turing. Ecuaciones de amplitud. Ejemplos y aplicaciones.

BIBLIOGRAFÍA

- J. D. Murray, *Mathematical Biology* (Springer, 1993).
- A. T. Winfree, *The Geometry of Biological Time* (Springer, 2010).
- S. Manrubia, A. Mikhailov, D. Zanette, *Emergence of Dynamical Order* (World Scientific, 2004).
- R. Solé, S. Manrubia, *Orden y Caos en Sistemas Complejos*.
- S. Strogatz, *Nonlinear Dynamics and Chaos* (Westview Press, 2001).
- G. Nicolis, *Introduction to Nonlinear Science* (Cambridge University Press, 1995).
- Y. Kuramoto, *Chemical Oscillations, Waves and Turbulence* (Dover, 2003).
- Robert Axelord, *The evolution of cooperation* (1984).

John Maynard Smith, *Evolution and the theory of games* (Cambridge, 1982).

Bibliografía complementaria

D.T. Bishop and C. Cannings, *A generalized war of attrition*, J. theor. Biol. V. 70, 85-124 (1978).

Richard Dawkins, *El gen egoísta* (Salvat, 1985).

J. Hofbauer and K. Sigmund, *Evolutionary games and population dynamics* (Cambridge, 1998).

F.C. Hoppensteadt, *Mathematical theories of populations* (SIAM pubs., 1975).

John Maynard Smith, *The theory of games and the evolution of animal conflicts*, J. Theor. Biol. v. 47, 209-221 (1974).

B. Sinervo and C.M. Lively, *The rock-scissors-paper game and the evolution of alternative male strategies*, Nature v. 380, 240 (1996).

John Von Neumann and Oskar Morgenstern, *Theory of Games and Economic Behavior*, (Princeton University Press, 1944).

Jörgen W. Weibull, *Evolutionary game theory* (MIT Press, 1995).