

ANÁLISIS DEL MOVIMIENTO DE UN PROYECTIL Y DETERMINACIÓN DE LA ACELERACIÓN DE LA GRAVEDAD EMPLEANDO UN CHORRO DE AGUA

LÓPEZ COSTANTINI, Rodrigo

Instituto Colegio de Todos los Santos, Villa Adelina, Buenos Aires

Profesor Guía: FERNÁNDEZ, Fernando Sergio

INTRODUCCIÓN

¿Quién no se ha detenido alguna vez a observar con asombro la trayectoria parabólica casi perfecta que describe un chorro de agua en una fuente? En mi caso, el momento de fascinación ocurrió hace hará dos años cuando ingresaba al centro comercial Abasto desde la calle Corrientes, y noté un chorro de agua uniforme que formaba una perfecta parábola en la fuente que adornaba la entrada.

En el presente trabajo se recreó ese mismo movimiento parabólico empleando un grifo y una manguera, y mediante una cámara digital se registró el trayecto seguido por el agua con el fin de poder extraer por medición indirecta los datos de la posición horizontal y vertical de diferentes puntos en la trayectoria. Estos datos fueron volcados en una planilla electrónica y así se buscó ajustarles una parábola. Mediante la ecuación de ajuste proporcionada por el software se procedió a contrastar un movimiento real con uno ideal. Luego por comparación entre coeficientes de las ecuaciones de las parábolas (la aportada por el ajuste y la que corresponde a un tiro oblicuo en condiciones ideales) se calculó un valor estimativo de la aceleración de la gravedad. Este experimento, de sencillo montaje y de amplias posibilidades de ser realizado en un ámbito escolar con o sin laboratorio, se encuadra dentro de la rama de la Física denominada mecánica, ya que tiene en cuenta conceptos ligados a la cinemática del movimiento de un proyectil y a la hidrodinámica.

Ecuación de la trayectoria parabólica de un tiro oblicuo en condiciones ideales:

$$Y = \frac{-g}{2Vo^2 + Cos^2 a} \cdot \left(x - \frac{Vo^2 \cdot Sen a \cdot Cos a}{g}\right)^2 + \frac{Vo^2 \cdot Sen^2 a}{2 \cdot g}$$

MÉTODO EXPERIMENTAL

Los materiales utilizados en la experiencia fueron: una manguera, una canilla, 2 pies universales, una regla de 1 metro, un transportador, una cámara digital, 2 agarraderas, agua, cinta adhesiva, una probeta de 1 litro \pm 10 ml, un cronómetro digital con apreciación hasta 0,01 segundos, un calibre con apreciación hasta 0,1 mm y un pequeño pedazo de tubo.

El experimento se armó en un lugar amplio al aire libre (**Figura 1**) cerca de una toma de agua. Una vez puestos todos los elementos en posición, se abrió la canilla y se reguló el caudal hasta dejarlo lo más uniforme posible. Luego, se movió la agarradera que sujetaba la manguera hasta que se consiguió un ángulo apropiado, que no deformara demasiado el chorro de agua y de esta forma facilitara la posterior recolección de datos. Después, se le sacaron varias fotos al chorro.

Una vez sacadas las fotos, se utilizó una probeta para medir el caudal, al ver cuanta agua ingresaba en ella en un período de tiempo de 5 segundos. Como esta práctica conlleva mucho error esto se repitió muchas veces y luego el valor definitivo del caudal se obtuvo de promediar todos los valores obtenidos.

Posteriormente, se repitió todo lo anterior tres veces más variando el ángulo en todos los casos al mover la agarradera que sujetaba la manguera.

Finalizado el experimento en sí, se procedió a analizar los datos. Tomando en cuenta todas las fotos, se determinó qué ángulo de inclinación tenía en cada uno de los cuatro casos el chorro de agua. Más tarde, se eligió la mejor foto de cada chorro y se les dibujaron los ejes X e Y tomando el final de la manguera como el origen de un par de ejes de coordenadas y también 22 puntos aleatorios a lo largo de las distintas trayectorias del agua. A continuación, se midió la posición horizontal y vertical de cada uno de los puntos en la fotografía y se los paso a una serie de tablas. Luego se obtuvo el factor de escala de cada foto utilizando la imagen (en las fotos) de las divisiones de una regla de aula. Para ello se midió sobre la foto la distancia correspondiente a 10 cm en la imagen de la escala de la regla. Hecho esto se dividió 10 por ese valor medido y así se obtuvo el factor de escala, es decir la relación entre el tamaño real de las cosas y el que da la imagen en la fotografía en sí. Luego se multiplicaron los valores de la posición horizontal y vertical de cada uno de los puntos en la fotografía por el factor de escala para obtener los valores a escala real. Estos valores también se volcaron a una nueva tabla.

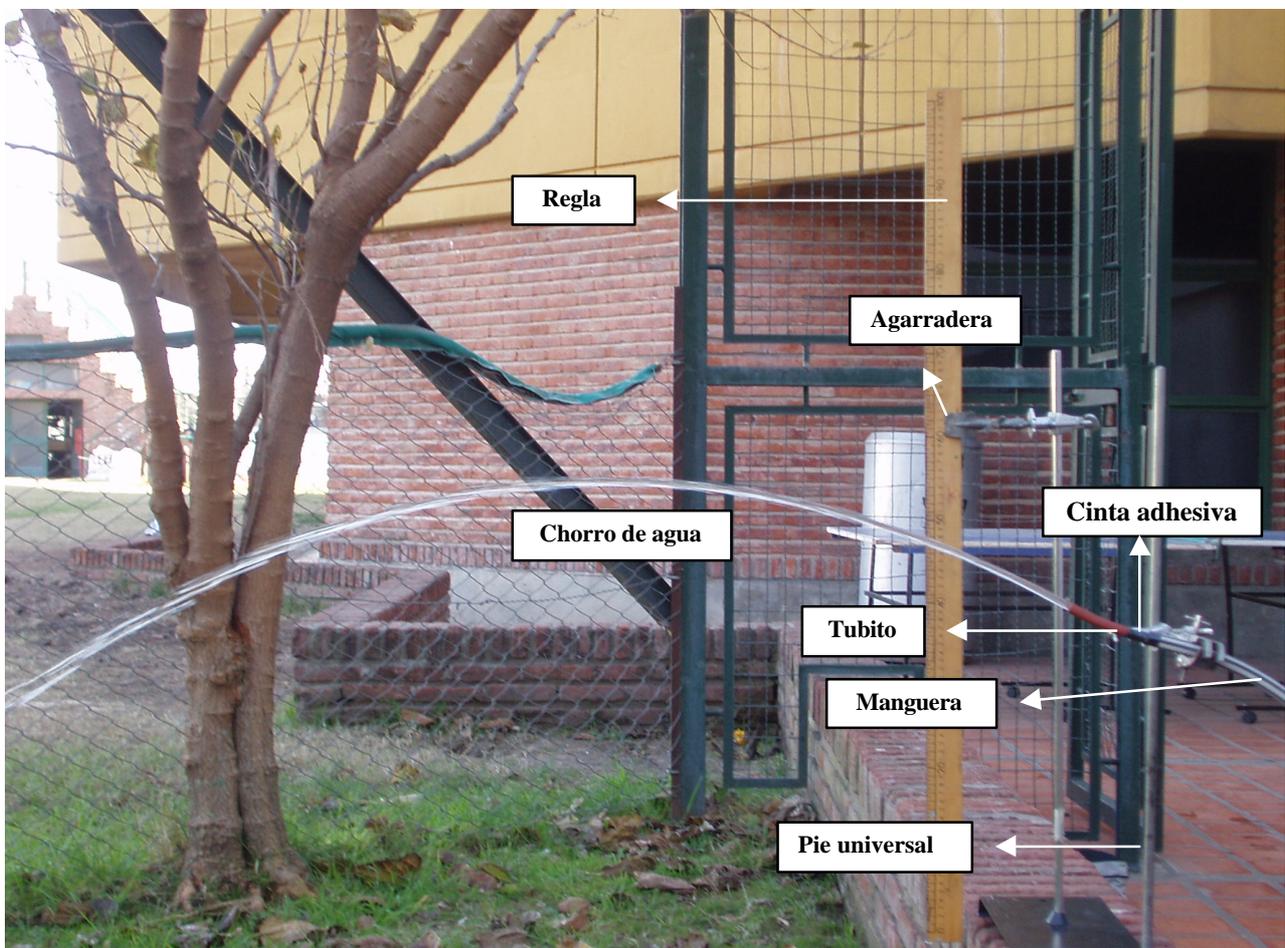


Figura 1: Una de las muchas imágenes del dispositivo experimental.

RESULTADOS

Luego de analizar las distintas fotografías y extraer de ellas los datos requeridos, se prosiguió a graficarlos y luego a agregarles la curva parabólica de mejor ajuste para ver que tanto los chorros de agua con los que trabajamos se asemejaban a una parábola. Por cuestión de espacio,

no todos los gráficos se incluyen en el informe pero si se expone uno, el correspondiente al primer tiro analizado (**Gráfico 1**).

Al agregar a los gráficos la curva de mejor ajuste, el software Excel proporcionó el coeficiente de correlación de Pearson, el cual establece el grado de ajuste de la curva a los valores experimentales, y mostró la ecuación de la curva de ajuste, de uno de cuyos coeficientes se lo ha tomado en cuenta para calcular los valores de la aceleración de la gravedad.

Los valores obtenidos se muestran en la **Tabla 1**.

Tabla 1: Coeficiente de Pearson y coeficiente del término cuadrático en la ecuación de la parábola de ajuste

<u>Número de gráfico</u>	<u>Coeficiente de correlación de Pearson</u>	<u>Coeficiente del término cuadrático en la ecuación</u>
1	0,9991	-0,0076
2	0,9985	-0,0188
3	0,9981	-0,0051
4	0,9931	-0,0044

Una vez obtenidos estos valores, todos los datos se volcaron en la **Tabla 2**, y se continuó con los cálculos para obtener los valores experimentales de la aceleración de la gravedad.

Tabla 2: Características de los distintos tiros parabólicos

<u>Número de chorro</u>	<u>Ángulo de tiro</u> á	<u>Caudal en la manguera</u> $(\frac{cm^3}{seg})$	<u>Área del orificio de salida de la manguera</u> (cm^2)	<u>Valor representativo de la velocidad inicial</u> $Vo = \frac{Q}{A}$
1	45°	129,2	$\frac{p \cdot f^2}{4} = \frac{3,14 \cdot 0,72^2}{4} = 0,41$	$\frac{129,2 \frac{cm^3}{seg}}{0,41 cm^2} = 315,12 \frac{cm}{seg}$
2	63°	129,2	$\frac{p \cdot f^2}{4} = \frac{3,14 \cdot 0,72^2}{4} = 0,41$	$\frac{129,2 \frac{cm^3}{seg}}{0,41 cm^2} = 315,12 \frac{cm}{seg}$
3	26°	129,2	$\frac{p \cdot f^2}{4} = \frac{3,14 \cdot 0,72^2}{4} = 0,41$	$\frac{129,2 \frac{cm^3}{seg}}{0,41 cm^2} = 315,12 \frac{cm}{seg}$
4	14°	129,2	$\frac{p \cdot f^2}{4} = \frac{3,14 \cdot 0,72^2}{4} = 0,41$	$\frac{129,2 \frac{cm^3}{seg}}{0,41 cm^2} = 315,12 \frac{cm}{seg}$

Cálculo de la aceleración de la gravedad para cada caso

Referencias:

Ag_i = Aceleración experimental de la gravedad calculada para los distintos chorros.

a_i = Ángulo de tiro para los distintos chorros.

Vo = Valor representativo de la velocidad inicial.

$$Ag_1 = 2 \cdot Vo^2 \cdot \cos^2 a_1 \cdot 0,0076$$

$$Ag_1 = 2 \cdot (315,12)^2 \cdot (\cos 45^\circ)^2 \cdot 0,0076$$

$$Ag_1 = 754,68 \text{ cm/seg}^2$$

$$Ag_2 = 2 \cdot Vo^2 \cdot \cos^2 a_2 \cdot 0,0188$$

$$Ag_2 = 2 \cdot (315,12)^2 \cdot (\cos 63^\circ)^2 \cdot 0,0188$$

$$Ag_2 = 769,54 \text{ cm/seg}^2$$

$$Ag_3 = 2 \cdot Vo^2 \cdot \cos^2 a_3 \cdot 0,0051$$

$$Ag_3 = 2 \cdot (315,12)^2 \cdot (\cos 26^\circ)^2 \cdot 0,0051$$

$$Ag_3 = 818,22 \text{ cm/seg}^2$$

$$Ag_4 = 2 \cdot Vo^2 \cdot \cos^2 a_4 \cdot 0,0044$$

$$Ag_4 = 2 \cdot (315,12)^2 \cdot (\cos 14^\circ)^2 \cdot 0,0044$$

$$Ag_4 = 822,70 \text{ cm/seg}^2$$

Tabla 3: Comparación de los resultados obtenidos y el valor aceptado para la aceleración de la gravedad

Tiro Nro.	Error absoluto	Error relativo porcentual
1	$ 981 \text{ cm/seg}^2 - 754,68 \text{ cm/seg}^2 = 226,32$	$\frac{226,32}{980} \times 100\% = 23,09\%$
2	$ 981 \text{ cm/seg}^2 - 769,54 \text{ cm/seg}^2 = 211,46$	$\frac{211,46}{980} \times 100\% = 21,58\%$
3	$ 981 \text{ cm/seg}^2 - 818,22 \text{ cm/seg}^2 = 162,78$	$\frac{162,78}{980} \times 100\% = 16,61\%$
4	$ 981 \text{ cm/seg}^2 - 822,70 \text{ cm/seg}^2 = 158,30$	$\frac{158,30}{980} \times 100\% = 16,15\%$

$$\text{Valor aceptado}^1: Ag = 981 \text{ cm/seg}^2$$

Promedio de errores porcentuales en los cuatro casos:

$$\frac{23,09\% + 21,58\% + 16,61\% + 16,15\%}{4} = 19,36\%$$

¹ SIN AUTOR, Aceleración de la gravedad, En Internet: <http://www.astromia.com/glosario/aceleragravedad.htm>, (disponible el 17 de junio de 2007)

Parábola de tiro Nro. 1

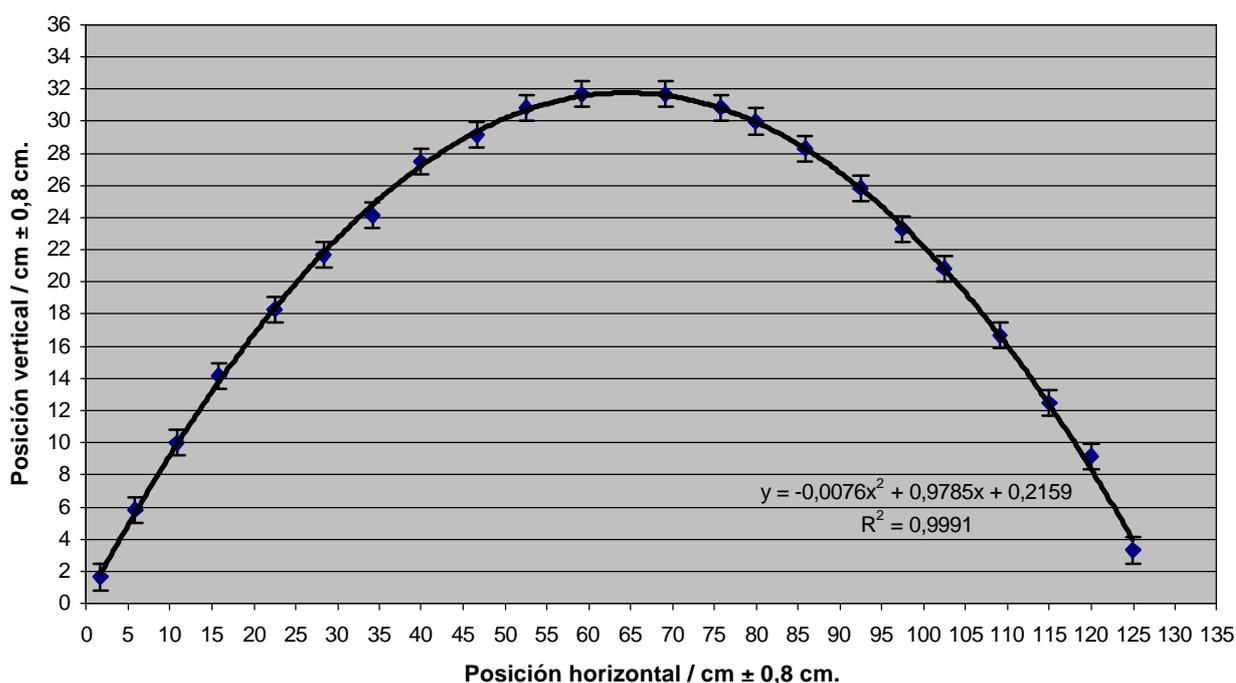


Gráfico 1: Posiciones verticales y horizontales de cada uno de los puntos seleccionados aleatoriamente sobre la foto.

DISCUSIÓN

Ya habiendo resaltado previamente lo positivo del experimento y la gran facilidad que presenta para ser llevado a cabo, es indispensable realizarle sus justas críticas y marcar sus fallas.

Para comenzar, la mayoría de los datos y valores utilizados traen consigo un error considerable. Un ejemplo excelente de esto es el caudal, que fue medido de una forma no muy precisa. Para determinarlo se utilizó una probeta que se colocaba en el curso del chorro de agua durante 5 segundos. Por lo tanto, el tiempo de reacción humano interfirió mucho debido a que causaba una demora considerable. Entre que el ojo ve lo que el cronómetro marca y que la mano se mueve hay una cantidad de tiempo que en un lapso de tan sólo 5 segundos se vuelve bastante importante. Este error fue parcialmente reducido por el hecho de que el caudal final se obtuvo promediando muchos valores.

Por otro lado, para obtener las distancias finales las que mostraban las fotos fueron multiplicadas por los factores de escala correspondientes, números también imprecisos y que habían sido redondeados. Todo este proceso le transfirió un error a todos los valores finales, resultado de la combinación de muchos más pequeños errores que fueron arrastrados.

Un último ejemplo es el de los ángulos. Estos también se calcularon de una forma muy imprecisa e inexacta. Para medirlos se utilizó un transportador, el cual se colocó detrás del chorro de agua para luego sacar una foto. Sin embargo, el transportador siempre está al menos un poco inclinado para algún lado o ligeramente movido de lugar, lo cual es inevitable pero complica las mediciones. Este error fue parcialmente reducido por el hecho de que para calcular los ángulos definitivos se utilizaron muchas fotos y no sólo una.

Otra crítica que se le puede hacer al experimento es que consideraba al caudal de agua como constante cuando en realidad no era así, debido a que se utilizó agua de red y es bien sabido que esta sufre fluctuaciones de caudal.

Si la experiencia se volviera a llevar a cabo algunas mejoras que se podrían hacer son tomar aún más fotos para contar con más material sobre el cual trabajar y así poder elegir las mejores y obtener resultados más exactos, lo cual no se pudo hacer por motivos de falta de tiempo.

CONCLUSIONES

Por un lado, se pudo comprobar que la trayectoria que describe un chorro de agua tiene de hecho una increíble similitud con una parábola, tal como lo demuestran los coeficientes de correlación de Pearson obtenidos, todos los cuales dieron valores superiores al 0,99.

Por otro lado, la segunda parte de la experiencia también arrojó resultados satisfactorios. Pese al gran error que conllevaron los métodos utilizados para llevarla a cabo, se pudieron obtener 4 valores experimentales de la gravedad cercanos al aceptado universalmente. Los errores relativos porcentuales siempre fueron menores al 25% y si se considera el promedio total el margen de error fue incluso menor al 20%. Por supuesto que la diferencia entre el valor real y los obtenidos sigue siendo bastante grande pero, como ya se dijo antes, teniendo en cuenta las condiciones del experimento, los resultados fueron aceptables.

REFERENCIAS

GIL, SALVADOR y RODRÍGUEZ, EDUARDO

Física re-creativa

Perú, Prentice Hall, 2001

FERNÁNDEZ, F.

Midiendo la aceleración de la gravedad en la bañera

En: Revista *El profesor de ciencias*

San Luis, Facultad de Ciencias Físico Matemáticas y Naturales, Universidad Nacional de San Luis, Nro. 5, abril de 1996

SIN AUTOR

Aceleración de la gravedad

En Internet: <http://www.astromia.com/glosario/aceleragravedad.htm>

(disponible el 17 de junio de 2007)

SERWAY, R. Y FAUGHN, J.

Física

México, Thomson, 2004

APÉNDICE

En la sección Resultados del informe se mencionan 4 gráficos que muestran la posición vertical y horizontal de 22 puntos elegidos al azar de los distintos chorros de agua, a los cuales se les trazaron curvas de mejor ajuste con el objetivo de obtener sus coeficientes de correlación de Pearson y de poder utilizar el término cuadrático de las ecuaciones de sus curvas para calcular los valores de la aceleración de la gravedad. Sin embargo, por motivos de espacio no se pudo mostrar estos gráficos en el cuerpo principal del informe. Como resultado, se los muestra a continuación. Además, para aquellos que deseen interiorizarse aún más del proceso de su fabricación, también se muestran las tablas a partir de las cuales se hicieron los gráficos. Primero, aquellas en las cuales se pueden ver la posición vertical y horizontal de los puntos en las fotos y luego aquellas en las que se pueden ver en la realidad, las cuales se hicieron a partir de las primeras y que fueron las que se utilizaron para hacer los gráficos. Como se llegó de unas a la otras ya se encuentra explicado en detalle en la sección Método Experimental, pero dicho brevemente fue multiplicando los valores de las primeras tablas por los factores escala, que aquí se muestran bajo las mismas.

Chorro de agua 1

Tabla de valores en la fotografía

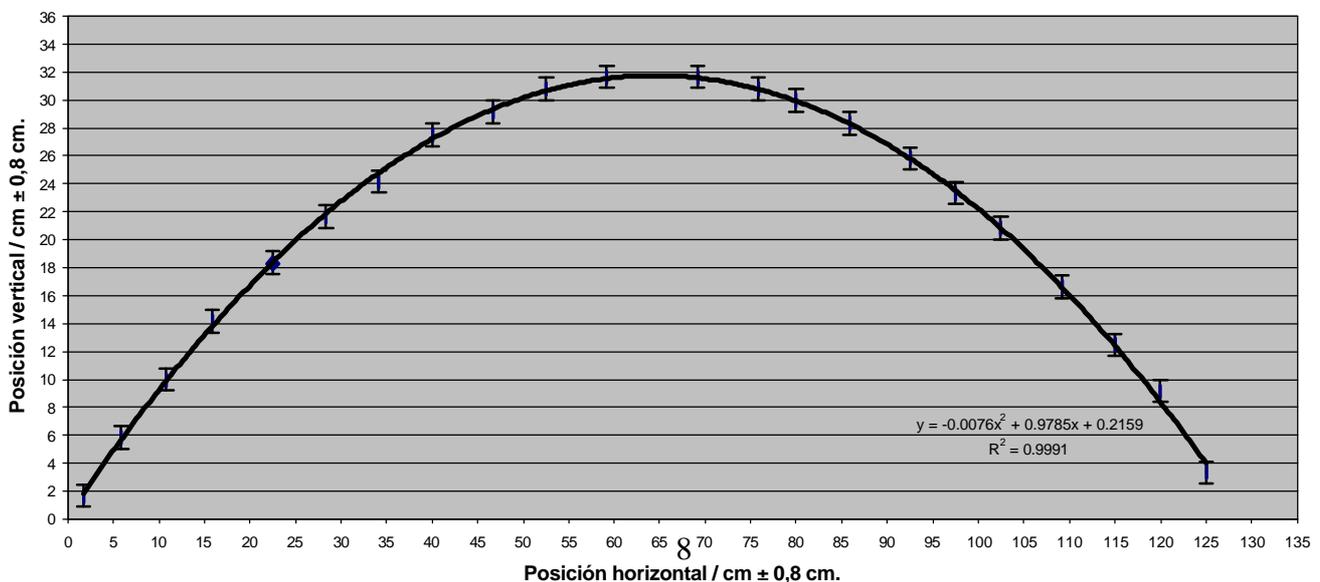
Nro. de punto	x	y
1	0.2	0.2
2	0.7	0.7
3	1.3	1.2
4	1.9	1.7
5	2.7	2.2
6	3.4	2.6
7	4.1	2.9
8	4.8	3.3
9	5.6	3.5
10	6.3	3.7
11	7.1	3.8
12	8.3	3.8
13	9.1	3.7
14	9.6	3.6
15	10.3	3.4
16	11.1	3.1
17	11.7	2.8
18	12.3	2.5
19	13.1	2
20	13.8	1.5
21	14.4	1.1
22	15	0.4

Tabla de valores en la realidad

Nro. de punto	x	y
1	1.666	1.666
2	5.831	5.831
3	10.829	9.996
4	15.827	14.161
5	22.491	18.326
6	28.322	21.658
7	34.153	24.157
8	39.984	27.489
9	46.648	29.155
10	52.479	30.821
11	59.143	31.654
12	69.139	31.654
13	75.803	30.821
14	79.968	29.988
15	85.799	28.322
16	92.463	25.823
17	97.461	23.324
18	102.459	20.825
19	109.123	16.66
20	114.954	12.495
21	119.952	9.163
22	124.95	3.332

Factor escala = 8,33

Parábola de tiro Nro. 1



Chorro de agua 2

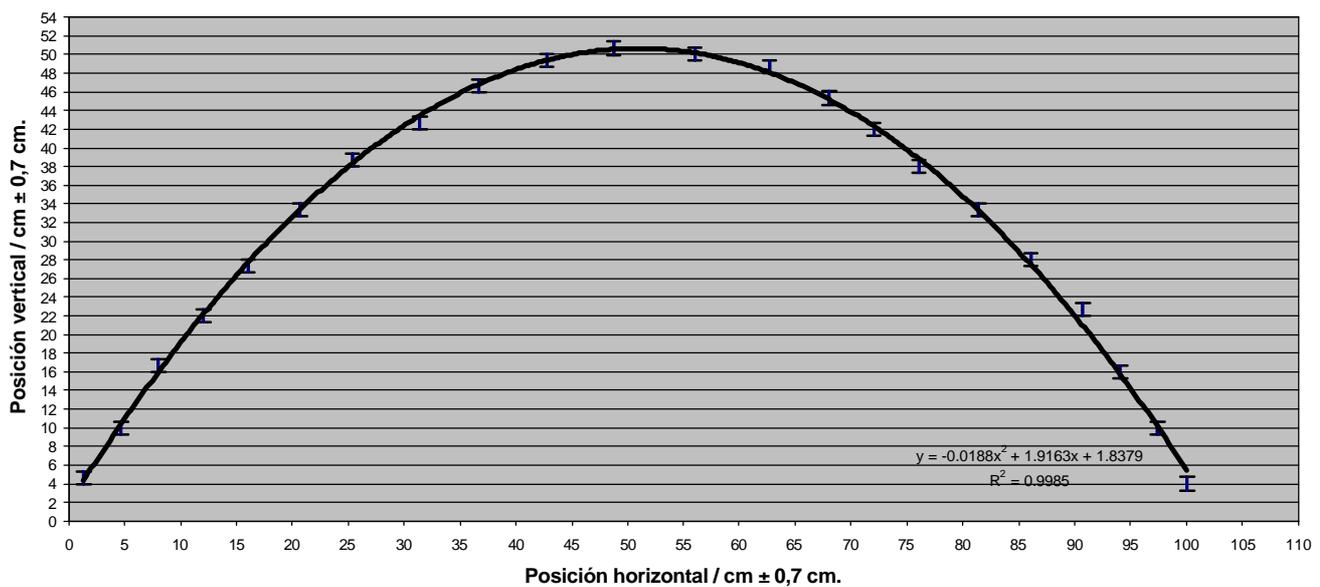
Tabla de valores en la fotografía

Nro. de punto	x	y
1	0.2	0.7
2	0.7	1.5
3	1.2	2.5
4	1.8	3.3
5	2.4	4.1
6	3.1	5
7	3.8	5.8
8	4.7	6.4
9	5.5	7
10	6.4	7.4
11	7.3	7.6
12	8.4	7.5
13	9.4	7.3
14	10.2	6.8
15	10.8	6.3
16	11.4	5.7
17	12.2	5
18	12.9	4.2
19	13.6	3.4
20	14.1	2.4
21	14.6	1.5
22	15	0.6

Tabla de valores en la realidad

Nro. de punto	x	y
1	1.334	4.669
2	4.669	10.005
3	8.004	16.675
4	12.006	22.011
5	16.008	27.347
6	20.677	33.35
7	25.346	38.686
8	31.349	42.688
9	36.685	46.69
10	42.688	49.358
11	48.691	50.692
12	56.028	50.025
13	62.698	48.691
14	68.034	45.356
15	72.036	42.021
16	76.038	38.019
17	81.374	33.35
18	86.043	28.014
19	90.712	22.678
20	94.047	16.008
21	97.382	10.005
22	100.05	4.002

Parábola de tiro Nro. 2



Chorro de agua 3

Tabla de valores en la fotografía

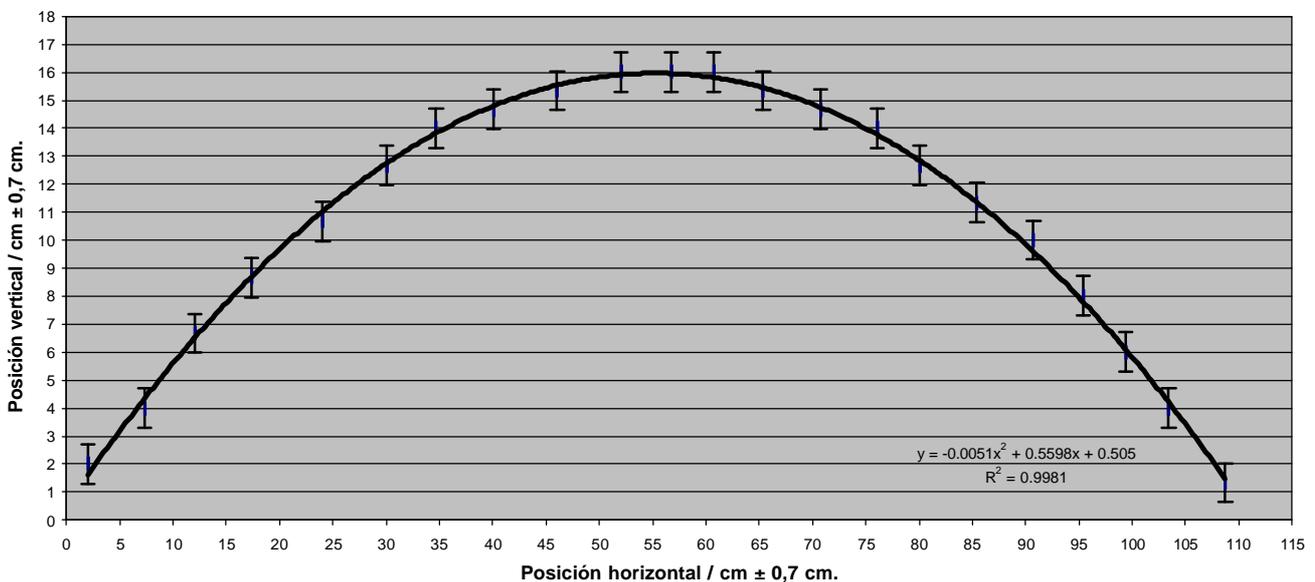
Nro. de punto	x	y
1	0.3	0.3
2	1.1	0.6
3	1.8	1
4	2.6	1.3
5	3.6	1.6
6	4.5	1.9
7	5.2	2.1
8	6	2.2
9	6.9	2.3
10	7.8	2.4
11	8.5	2.4
12	9.1	2.4
13	9.8	2.3
14	10.6	2.2
15	11.4	2.1
16	12	1.9
17	12.8	1.7
18	13.6	1.5
19	14.3	1.2
20	14.9	0.9
21	15.5	0.6
22	16.3	0.2

Tabla de valores en la realidad

Nro. de punto	x	y
1	2.001	2.001
2	7.337	4.002
3	12.006	6.67
4	17.342	8.671
5	24.012	10.672
6	30.015	12.673
7	34.684	14.007
8	40.02	14.674
9	46.023	15.341
10	52.026	16.008
11	56.695	16.008
12	60.697	16.008
13	65.366	15.341
14	70.702	14.674
15	76.038	14.007
16	80.04	12.673
17	85.376	11.339
18	90.712	10.005
19	95.381	8.004
20	99.383	6.003
21	103.385	4.002
22	108.721	1.334

Factor escala = 6,67

Parábola de tiro Nro. 3



Chorro de agua 4

Tabla de valores en la fotografía

Nro. de punto	x	y
1	0.2	0.2
2	0.8	0.4
3	1.3	0.5
4	1.8	0.7
5	2.5	0.8
6	3.1	0.9
7	3.8	1.1
8	4.4	1.2
9	5.1	1.2
10	5.7	1.3
11	6.5	1.3
12	7.5	1.3
13	8.2	1.2
14	9	1.2
15	9.6	1.1
16	10.2	1
17	10.8	0.9
18	11.4	0.8
19	11.9	0.6
20	12.5	0.4
21	13	0.3
22	13.7	0.1

Tabla de valores en la realidad

Nro. de punto	x	y
1	1.176	1.176
2	4.704	2.352
3	7.644	2.94
4	10.584	4.116
5	14.7	4.704
6	18.228	5.292
7	22.344	6.468
8	25.872	7.056
9	29.988	7.056
10	33.516	7.644
11	38.22	7.644
12	44.1	7.644
13	48.216	7.056
14	52.92	7.056
15	56.448	6.468
16	59.976	5.88
17	63.504	5.292
18	67.032	4.704
19	69.972	3.528
20	73.5	2.352
21	76.44	1.764
22	80.556	0.588

Factor escala = 5,88

Parábola de tiro Nro. 4

